**I этап Республиканской олимпиады школьников**

 **по математике**

**2012 – 2013 учебный год**

*Время работы – 4 часа*

*Каждая задача оценивается в 7 баллов*

*Все ответы должны быть полные и обоснованные*

**8 класс**

1. В семье 4 человека. Если Маше удвоят стипендию, то общий доход всей семьи возрастет на 5 %, если вместо этого маме удвоят зарплату—то на 20 %, если же зарплату удвоят папе – то на 45 %. На сколько процентов возрастет доход всей семьи, если дедушке удвоят пенсию?
2. У квадратного уравнения $x^{2}+px+q=0$ коэффициенты *p* и *q* увеличили на единицу. Эту операцию повторили четыре раза. Приведите пример такого исходного уравнения, что у каждого из пяти полученных уравнений корни были бы целыми числами.
3. Известно, что число *n* является суммой квадратов трех натуральных чисел. Показать, что число $n^{2}$ тоже является суммой квадратов трех натуральных чисел.
4. Докажите, что все числа 10017, 100117, 1001117, . . . делятся на 53.
5. В треугольнике *ABC* провели биссектрисы углов *A* и *C*. Точки *P* и *Q*—основания перпендикуляров, опущенных из вершины *B* на эти биссектрисы. Докажите, что отрезок *PQ* параллелен стороне *AC*.
6. Имеется 6 гирь: по паре зеленых, красных и белых. В каждой паре одна гиря тяжелая, а другая – легкая, причем массы всех легких одинаковы и массы всех тяжелых одинаковы. Можно ли определить 3 тяжелые гири за два взвешивания на чашечных весах?